# 第３学年５・６組　数学科発展コース学習指導案

３の５教室　指導者　古﨑　康之

## １　単　　元　　グラフからのメッセージ　－関数　ｙ＝ａｘ²－

## ２　単元の目標

・いろいろな事象を関数ｙ＝ａｘ²などの関数関係としてとらえられることに関心をもち、身の回りの関数関係を見い出そうとする。　（関心・意欲・態度）

・いろいろな事象の中に、関数関係があることを考察することができる。また、具体的な事象をグラフや式、表から関数ｙ＝ａｘ²としてとらえることができる。　（数学的な見方・考え方）

・関数ｙ＝ａｘ²について、表、式、グラフを相互に関連づけることができる。　（表現・処理）

・関数ｙ＝ａｘ²についての特徴を理解することができる。　（知識・理解）

## ３　単元のとらえ方

３年生は、２クラスを発展コースと標準コースと基本コースの３つに分けて授業を行う、習熟度別少人数指導を取り入れている。本コースは１組と２組の発展コースである。発展コースの生徒たちは、授業では、例題から計算の過程や注意をしなければいけない点を考え、問題を解くことができる。また、問題にも積極的に取り組む姿が見られる。しかし、文章題に対する理解が浅い。立式をして、解くことはできるが、うまく立式の過程を説明することができない。だから、類題でも解けなくなり、文章題ができるけれど苦手という生徒がいる。とりわけ関数の分野の文章題は苦手としている。その原因は、多くの生徒が事象に対するイメージをあまりもたず、機械的に問題を解いているからではないかと考える。このような生徒が事象からともなってかわる数量を見つけ、変化の様子を表やグラフ、式を使って考察し、事象に対するイメージをもって、説明することができるようにしたい。

本単元は、比例・反比例、一次関数と今まで取り扱ってきた関数関係をさらに拡張する単元である。導入では、高いところから落ちると痛いことから加速度について考える。また、雨は加速しているがどうしてあたっても大丈夫なのか考えることでも、変化の様子を説明する機会が作れる。加速度についての結果を予想していく中で、ｙ＝ａｘ²の式の表し方やグラフの形を考察していく。また、グラフの特徴を仲間に説明するときには、ｙ軸を対称の軸として線対称であることや変化の割合といった数学的な表現を用いながら表や式、グラフを相互に関連づけ、適切に表、式、グラフを選択していく。さらに、階段状の水槽やユニットバスといった様々な形の容器に水を入れていくときの水の量と深さのグラフがどのようになるかを考察していく。日常生活や社会には既習の関数ではとらえられない関数関係があることを扱い、関数についての知識をより一層深める。

本時では、前時と同じように容器の形からグラフを考える活動を行う。「つかむ」では、前時までに行った容器の形からグラフを考える活動を振り返り、グラフと容器の形の関係を確認する。追究の場面では、丸型フラスコを提示し、どのようなグラフになるかを考えさせる。グラフを生徒でかくことが非常に難しいので自分の考えを持たせるため６種類のグラフを提示し選択させる。どのグラフになるか考えていくと一定の割合で水を入れていったとき、正解のグラフ以外は、おかしいところがあるので消去法で正解を見つけることができる。また、前時までの学習内容である階段状の水槽に水を入れていったときのことから考えることもできる。そして、水面が広くなっていくと深さの増え方が緩やかになっていくことを根拠にして表現し発表をしていく。全体での話し合いの為にグループで自分の考えを説明することにより、互いに考えたことをより全体に伝えやすくなると考えらえる。全体での話し合いで、球状になっていることから緩やかな曲線になっていることや球状の真ん中を過ぎると今までとは、逆の膨らみの緩やかな曲線になること、最後の細い筒の部分で急に増えていくというフラスコの形とグラフの様子をしっかりとつなげる。容器からグラフを考え、形状によって増え方が変わっていくことを互いに伝える活動を通して、事象に対するイメージをもち、実際の変化の様子や水面の面積を根拠にした説明ができるようになってほしい。

4　指導計画　（１７時間完了）

| 時間 | 学習活動 | 目ざす自己実現の姿 |
|---|---|---|
| １<br>～<br>３ | ２乗に比例する関数について調べよう。<br>・ｘが一定の割合で増えても、ｙの増え方は一定にならない。<br>・ｙは、χ²に比例しているな。<br>・比例定数を求められそう。 | ・一次関数とｙ＝ａχ²を比較して、相違点をわかりやすく説明する。 |
| ４<br>～<br>７ | 関数ｙ＝ａχ²のグラフはどんな形だろう。<br>・直線ではなく、曲線っぽいぞ<br>・どんなグラフも原点を通り、ｙ軸について線対称になる。<br>・このような形を放物線というんだ。<br>・比例定数aが負の数だとχ軸よりも下にグラフができる。 | ・ｙ＝ａχ²についてのグラフを調べ、理解した特徴をわかりやすく伝える。 |
| ８<br>９ | 関数ｙ＝ａχ²のグラフの特徴を調べよう。<br>・一次関数と違って、常に増えている、減っているわけではなさそう。<br>・ｙ軸を境に増減が変わっている。<br>・χの変域が０を挟んでいると必ずｙの変域は、最大か最小が０になる。 | ・ｙ＝ａχ²のグラフの形状やχやｙの値の増減について、比例定数やｘの変域をもとに考察する。 |
| １０<br>１１ | 関数ｙ＝ａχ²の変化の割合を調べよう。<br>・一次関数と違って変化の割合が一定にはならない。<br>・グラフの形状を調べると、直線ではなく曲線になっているので、変化の割合が一定にならないことがわかる。 | ・関数ｙ＝ａχ²のχとｙの値の増加量をもとに変化の割合を求める。 |
| １２<br>１３ | 身の回りの関数ｙ＝ａχ²について調べよう。<br>・制動距離や平均の速さが、関数ｙ＝ａχ²になっているんだ。<br>・ピザの値段（ｙ）はピザの半径（χ）について、だいたい関数ｙ＝ａχ²になっている。 | ・ピザの半径と値段の関係を調べることで身のまわりに関数ｙ＝ａχ²と関わりの深い事象があることを理解し、他にもないか探そうとする。 |
| １４<br>～<br>１６ | 時間と深さの関係をグラフにしました。どんな形のグラフになるでしょうか？（本時２／３）<br>・水面が広がっていけば、行くほど必要な水の量が増える。しかし、水の量は一定なのでだんだんと深さの増え方はゆっくりとなっていく。<br>・並んでいるフラスコを見ると真ん中までは徐々に増え方が緩やかになっていき、そこを過ぎると徐々に増え方が急になっていく。 | ・丸形フラスコに水を入れるときの、水の量と水位の関係を表すグラフの形状をとらえる。水面の広さや水を入れた実物からその形状となる根拠をもとにして表現することができる。 |
| １７ | 関数ｙ＝ａχ²のまとめ問題に挑戦しよう。<br>・一次関数と関数ｙ＝ａχ²の交点は連立方程式を解いて求めることができる。 | ・関数ｙ＝ａχ²や既習事項の関数を用いて、課題を解決しようとする。 |

【本単元での自己実現の姿】

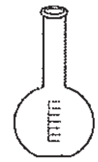
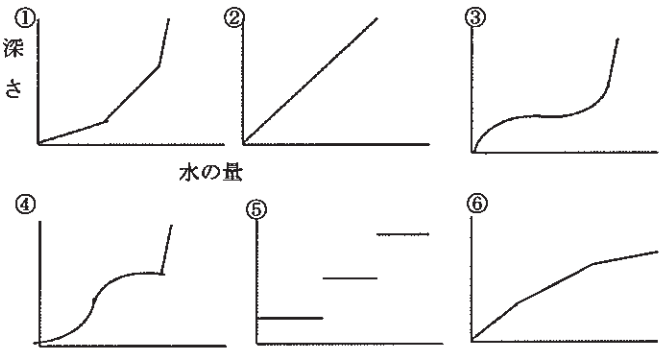
具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数ｙ＝ａχ²について理解するとともに、関数関係を見い出し表現し、表、式、グラフなど関連づけて考察する能力を伸ばす。

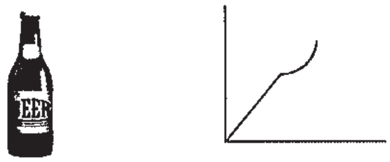
5　本時の指導

（1）目指す自己実現の姿

丸型フラスコに水を入れるときの、時間と水位の関係を表すグラフの形状をとらえ、その形状になる根拠をもとにして、表現することができる。

（2）指導過程

| 段階 | 学　習　活　動 | ○教師支援・留意点〈評価〉 |
|---|---|---|
| つかむ10分 | 1　前時の学習内容を確認する。直方体や階段状の水槽に一定の割合で水を入れたときの水の量と水の深さの関係を表したグラフを確認する。<br>2　本時の目標、課題と流れを確認する。<br><br>丸型フラスコに一定の割合で水を入れるときの、水の量と水の深さの関係を表すグラフについて考えよう。<br><br>容器からグラフを考えよう<br>①予想しよう、どんなグラフになるかな<br>②話し合い伝えよう、自分の考えたグラフを（グループ→全体）<br>③他の形の容器のグラフを考えよう。<br> | ○前時の内容をノートを使ってふり返り、グラフの形状と水面の広さや100mlずつ水を入れていったときの深さの増え方を確認する。<br><br>○課題を捉えさせるために、50mlずつ色水を入れた実物（10個）を見せる。<br><br>〈本時の学習に対して、表現しようという意欲がもてたか。（発言や表情）〉 |
| 追究する35分 | 1　どのグラフの形になるかを予想する。<br><br><br>2　グループで話し合う。<br>・フラスコの一番膨らんでいるところまでは、深さの増え方はだんだんとゆっくりになっていく。そこからは、だんだん増え方が急になっていって、最後は一気に増えるから③のグラフになると思う。<br>3　全体で意見を交流する。<br>・実際に並んでいる丸型の水面の高さを見ていくと③のような曲線になっている。<br>・実物の水面の高さの増え方を見ると、一定の割合で高さが増えていかない。よって直線になることはないので①、②、⑥ではない。<br>高さがジャンプすることはないので⑤もない。<br>③か④に絞られる。水面が広がれば高さの増え方も急になっていくので答えは、③になる。 | ○自分の考えをもたせるために、6パターンのグラフを提示する。<br>・1つ1つを分析していくことで、考えを説明する機会を増やす。<br>○一次関数のように一定の割合で高さが増えていないことや高さの増え方を意識させるために、丸型フラスコの水の量を50mlずつ増やしたものを10個用意して並べる。<br><br>○他の生徒にわかりやすく表すことができるように、グラフを発表するだけでなく、そのように考えた水面の広さや実物の水面の深さなどの根拠を問いかける。<br><br>○話し合いが停滞しているところには、話し合いが活発になるように、③と④の違いについて、どのように考えているかを机間指導のときにグループごとに問いかける。<br><br>○発表会にならないように発表者の意見を軸に根拠にしていることを問い直す。 |

| | | |
|---|---|---|
| | 4　下の容器のグラフはどうなるだろう。<br>・最初は、水面の面積が同じなので一定の増え方をしていく。先が細くなっていくにつれて深さが増えるのが急になっていくからこのグラフとなる。<br> | ○学習してきた内容からイメージを膨らませて考えさせるために、実物を並べることはしない。<br><br>〈グラフの形状を根拠をもって説明することができたか。（発表用の紙への記述や話し合いの様子）〉 |
| まとめる5分 | 1　数学日記を書きふり返る。<br>・一次関数のグラフと違って、曲線になっているグラフがあることがわかった。<br>・一次関数のようになるのかなとぱっと思ってしまったが、並べてあるフラスコを見ると違うことがよくわかった。ペットボトルを考えるときに頭でイメージをすることができてよかった。 | ○根拠をもって考えたがどうかを数学日記に書けるように「どうやって容器からグラフを考えたが」というポイントを伝える。<br><br>〈水面の広さや実物からグラフの形状についてノートにまとめることができたか（数学日記）〉 |

（3）評　　価

丸型フラスコに水を入れるときの水の量と水位の関係を表すグラフの形状を水面の広さや実物を根拠に表現することができていたかをその内容から判断する。

（4）本時の視点

グループから全体で意見交流をしたことは、水面の広さや実物を根拠にした表現を考えるのに有効であったか