

1 単元名 いろいろな関数のグラフを使って身近に隠れている関係を解き明かそう

—いろいろな関数—

2 単元の目標

- (1) 身の周りの事象にひそむ関係や法則を、関数を利用して考察しようとする。
- (2) 水面の面積の変化によってグラフの形状を考える活動を通して、事象に応じたグラフの表し方の違いに気づき、その変化の様子への理解を深めることができる。
- (3) 既習の知識で表せない関数関係を、表やグラフに表現することができる。
- (4) いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解することができる。

3 単元の構想

(1) 生徒の実態

前単元「二次方程式」の計算場面で、互いの計算過程を確認し合ったり、仲間との相違点を探したりする活動を通して、つまずきの箇所に気づき、解を導き出すことができた。しかし、「どういうときに因数分解の解法で、どういうときに解の公式を使えばいいのかな」という不安を抱える生徒も多くいた。そこで、「 $x^2 = \square$ 」の形にして解くもの、因数分解を利用するもの、解の公式で導くものの3通りの二次方程式をピックアップし、それぞれの解法のよさについて考えた。生徒たちは、 x の項がないときは「 $x^2 = \square$ 」の形を利用したり、 x^2 の係数が1以外のときは解の公式を利用するなど、与式のスタイルと解法を関連づけて理解することで、不安を解消していった。

(2) 教材について

本単元では、身のまわりの事象の中には既習の関数ではとらえられない関数関係や、既習の関数の組み合わせで表されるものがあることを理解し、それらを表やグラフを用いて表現する。水槽や三角フラスコに水を入れたときのグラフを考える場面では、水面の面積の変化によってグラフの形が変わっていくことを、一定量の水を入れ続けたときの水面の高さの変化を1分ごとにプロットしたり、上から見ることで水面の変化を確認したりしながら、視覚的にとらえられるようにする。それによって水面の変化とグラフの形状を関連づけて理解することが可能になる。自分と友達の考えを比較、検討しながら考えを深める小グループ活動を設定することで、気づきをうながしていきたい。

(3) 単元について

つかむ段階では、水槽に一定の割合で水を入れたときの時間と水面の高さを表すグラフについて考える。はじめに底面積の異なる水槽に水を入れたときのグラフを取り扱うことで、水面の面積の違いによってグラフの傾きが異なることに気づくだろう。次に、階段状の水槽を扱う。水面の面積が変わるポイントでグラフの形状が変わることを実感するだろう。最後に水面の面積が常に減り続ける三角フラスコに水を入れたときのグラフについて考える。グラフが直線ではなく、ゆるやかな曲線になることに、一定時間ごとの水面の高さをプロットしていく活動を通して気づいた生徒たちは、さらに具体的な事象に関数関係を見だし、表現し、考察することにその関心を向けると考える。

見通す段階では、身のまわりの自分で調べてみたいと思う容器を探す場を設定する。生徒は丸底フラスコや、ひょうたん型の容器、トロフィーなど、身のまわりの容器を探し、水を入れた時のグラフの形状を予想するだろう。

深める段階では、見通す段階で考えた容器の中から丸底フラスコを取り上げ、そのグラフを考える。丸底フラスコは、水面の面積が常に増え続ける部分、常に減り続ける部分、一定な部分の3段階にわけて考える必要がある。自力解決の場面において水面の面積が常に増え続ける部分のグラフの形状や3段階の場合分けに関して、問題意識を喚起することが予想される。集団解決の場面において、それをもとに問題を整理・焦点化するとともに、自分と他人の考えと比較・検討する小グループ活動を設定する。こうした活動を通して、水面の面積の変化に伴うグラフの形状の変化に、より深く気づいていくだろう。

活かす段階では、深める段階までに培った学びをもとに、どんな容器でも水面の面積の変化に注目することでグラフが考えられることを確認する。「水面の面積」や「グラフの形状」を関連づけて、関数関係を考察・説明する姿を期待する。

4 単元構想図 5時間完了(本時5/5)

いろいろな容器に水を入れたときのグラフを考えよう(3)

- 水面の面積の異なる水槽に水を入れたときの時間と水面の高さのグラフの変化について考える。

水面の面積によってグラフの傾きが異なるんだね。	水面が大きくなるほど時間がかかるから、傾きはゆるやかになるね。
-------------------------	---------------------------------

- 階段状の水槽に水を入れたときのグラフを考える。

段によって水面の面積が異なるから、グラフも変わっていくのかな。	比例や二次関数を合体させたグラフになるんだ。	高い段ほど、水面の面積が大きいから、グラフの傾きもゆるやかになっていくはずだよ。
---------------------------------	------------------------	--

- 三角フラスコに水を入れたときのグラフを考える。

水面の面積は時間とともに段々大きくなっていくね。	グラフはどう変わっていくのかな。	一定時間ごとの高さをプロットすると曲線になることがわかるね。
--------------------------	------------------	--------------------------------

身のまわりにある他の容器に水を入れたときのグラフがどうなるのか調べてみたいな。

追究してみたい身のまわりの容器を探そう

- 調べてみたい身のまわりにある容器を探し、グラフの形状を予想する。

理科の実験で出てきた丸底フラスコに水をいれるとどうなるのかな。	ひょうたん型の容器だとくねくねしたグラフになりそうだね。
---------------------------------	------------------------------

フラスコに水を入れたときのグラフを調べてみよう(2)

丸底フラスコに水を入れたときのグラフがどのようなものかを考え、その根拠を説明しよう。(本時)

底から丸みの一番大きい部分までは水面の面積がだんだん大きくなるから、グラフはゆるやかな曲線になるね。	丸みの一番大きいところまでと縦細い部分のところまでとそれ以降で、水面の面積の変化が異なるから、グラフも3つの形で表されるのかな。
--	--

フラスコ以外の容器について調べよう

- ひょうたん型の容器に水を入れたときのグラフを考える。

丸底のフラスコのように段階にわけて考えればいいのか。	水面の面積の変わり方に注目すれば、グラフの形状は説明できそうだね。
----------------------------	-----------------------------------

グラフの形を決めるのは水面の面積。関わり合っている2つの数量に気づくことで、一方がどう変われば、他方がどう変わるのか説明できる。

根拠を明らかにして説明することが苦手な生徒A。

- 水面の面積の違いによってグラフの傾きが変わることに気づくことができるように、底面積の異なる水槽や円柱に水を入れたときの課題を取り扱う。(つ)
- 容器に水を入れたときの数量関係やグラフの変化を主体的に追究できるように、あらゆる容器を取り上げて、グラフを調べる。(つ)
- 時間の経過とともに水面の面積が変わっていくことを実感できるように、水を入れている様子を上から見たスライドを提示する。(つ)
- 明確な根拠をもって説明することができるように、何に視点をおいて説明を考えたかをはっきりさせておくように指示する。(深)
- 本時までの学びを再確認し、それらを活用していけるように、類題を準備する。(活)

自分と友達の考えを比較、検討しながら考えを深める活動を通して、明確な根拠をもって表現できる生徒A。

つかむ

見通す

深める

活かす

5 本時の学習 (本時 5 / 5)

(1) 目標

丸底フラスコに水を入れたときの水面の変化がどのようなグラフで表されるか考えることを通して、面積とグラフの形状を関わらせて理解することができる。

(2) 過程

1 本時の学習課題を確認する (5分)

学習課題

水面の面積の変化によって、グラフの形状がどのように変化していくのか。

- 丸底フラスコは水面の面積の変化でわけて考えると3段階にわけられそうだね。
- 丸底フラスコのはじめは水面の面積が段々増え続けている。グラフは、曲線になるけど、放物線じゃない。今まで見たこともない形になったけど、これでいいのかな。

2 丸底フラスコに水を入れたときのグラフの形状について考える (30分)

(集団解決)

○小グループで考える。

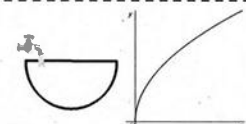
水面の面積の増え方は一定じゃないから、水面の面積が変わるポイントでわけて考えればいいのかな。

はじめは水面の面積は段々増えていく。

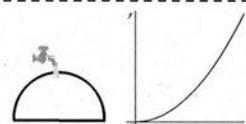
途中から面積は減っていくね。

最後は円柱だから、水面の面積は一定だね。

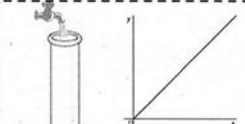
水面の面積の増え方が変わるポイントでわけて考えていけば、グラフの形は3つにわかれるね。



水面の面積が常に増え続けているときのグラフはどうなるのかな。



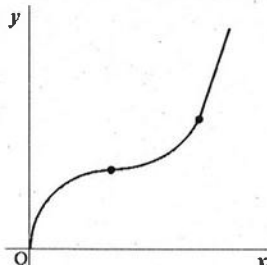
三角フラスコと同じように水面の面積が常小さくなっていくから、放物線のようなグラフになると思う。



円柱の部分は、一定の割合で高さが上がり続けるから、右上がりの直線になると思うよ。

- 三角フラスコのととは逆で、水面の面積が常に増え続けているね。
- 面積が増えるということは、一定時間ごとに上がっていく高さがゆるやかになっていくと思うよ。
- 見たことのない曲線になったよ。

○全体で考える。



- 球の下半分は面積がだんだん大きくなるから、放物線の逆のような曲線になる。
- 球の上半分は面積がだんだん小さくなるから、放物線のような曲線になる。
- 円柱の部分は、面積は変わらないので、右上がりの直線になるね。

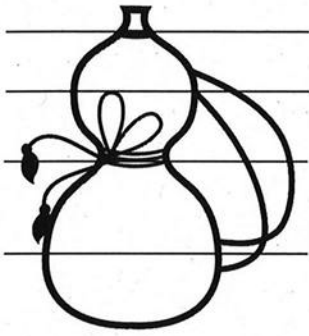
教師のはたらきかけ

- 考えを深める小グループでの話し合いになるように、前時に自力解決を実施し、生徒の問題意識を喚起する。

- 水面の面積の変化とグラフの形状との関わりに着目できるように、そういった着眼点を問題意識にもつ生徒をどのグループにも配す。

- 水面の面積によるグラフの形状をより深く理解するために、球体の下半分において、放物線とその逆のような形のグラフのかいている生徒を取り上げるなど、問題を焦点化する。

4 類題を解く (15分)



- ・この容器で水面の面積の増え方が変わるポイントでわけて考えると5段階にわけて考える必要がありそうだね。
- ・一番下の1段階目は、水面の面積が常に増え続けているので、丸底フラスコの1段階目と同じように放物線の逆のようななめらかな曲線になるはずだね。
- ・他の水面の面積が常に変わり続ける部分についても、同じように考えれば、なめらかな曲線になることがわかるね。

教師のはたらきかけ

- ・本時で身につけた思考を再確認したり、定着させたりするために、見通す段階で生徒たちが考えた複雑な形の容器について考える。

○授業の感想をプリントに書く。

- ・複雑な容器であっても、水面の面積の変化に注目して考えれば、グラフの形はわかる。

(3) 評価

水面の面積の変化と関連づけてグラフの形状を理解することはできたか。

(話し合いの様子・類題への取り組み・授業プリント)