２年　数学科授業案

授業者　　小　笠　原　真

１　単　元　「変化の中の不変を探そう」（図形の性質を見つめよう）

２　めざす子どもの姿

　１つに決まらない図形を考えるとき、決まった条件の中で変化するものの中から、不変であることを見つけ、規則性をとらえていく。そして、その規則性がいつでも正しいといえるのか、証明しようと動きだす。さらに、正しいと証明されたことがらが役に立ちそうだと感じた子どもは、活用できる場面を探し、新たな規則性を探そうと動きだす。

３　単元の構想

（１）数学科としての学び

　本校数学科では、「事象を数理でとらえ、数学的に表現していく姿」をめざしている。とくに図形領域では、図形に対する見方、考え方を広げ、根拠をはっきりさせて考えを構築していく力を育てたい。図形の定義から、新たな定理を導き、規則性を見いだし、図形の性質を予想し、その予想が正しいことを証明しようと動きだす姿をねらっている。

　前単元では、根拠をはっきりさせて数学的に表現していくことを通して、証明のしくみを理解してきた。しかし、証明をしろと言われて証明しているだけで、証明する必要があると考えたわけではない。

　そこで本単元では、条件から１つに決まらない図形をいくつもかいていくことで、規則性が見えてくる課題を設定する。その規則性は予想であって、いつでもそうなるのかはわからないと気づいた子どもは、いつでもその規則性が成り立つことを証明しようと動きだすであろう。自分で見つけ、予想して、証明をしていく中で、定理やその規則性に対する理解が深まっていく。さらに、その定理や規則性が役に立ちそうだと感じた子どもたちは、活用できる場面はないか見つけようと動きだすであろう。

　さらに、めまぐるしく変化する社会に対しても、不変であることがあり、規則性を見つけて証明できれば、ものごとの本質にせまることができると考えている。そして、広い視野で見通しをもった生活を送ることができるようになることを期待している。

（２）学んだことを行動につなげる姿の実現に向けて

　円周角の定理を自分の力で発見できるようにするために、１つの角とその対辺の長さが決まっている三角形をかいていく。条件から１つには決まらず、いくつもかいていく中で規則性を発見する。そのかき方を考えることによって、１つの頂点が弧をえがくことに気づき、その不思議さに、本当にそうなるのか確かめようと動きだす。円周角の定理がいつでも成り立つことを示すためには、証明する必要があることに気づいた子どもたちは、何とか自分の力で証明しようと動きだす。

　図形が動いても、変わらないことがらがあることを学んだ子どもたちは、他にもないか探し始める。規則性は見つけるだけでは正しいとはいえない。証明して初めて、定理として使いこなすことができると考えた子どもは、その定理や規則性がいつでも成り立つのか証明しようと動きだす。しかし、１つに定まらない図形の動きを見通すことは容易ではない。条件にあった図形をかくことで視覚的にとらえ、規則性を見いだしていく。

　確認や説明のときにはipadを活用し、図形の動きをとらえる工夫をする子どももでてくるであろう。図形を意図的に変形させることで、見つけた定理や規則性の確認や説明に役立つと考えている。

　学習の単元まとめとして、他の場面でも規則性を探し、それが正しいことを説明しようと動きだすことをねらっている。

単元構想表　（８時間完了）　（第６時終了時）

はたらきかけ	思い・考え　共有化された問題意識　学びの深め合い	☆教科の学び ★想定される行動

図形は目に見えるから、大きなヒントがあるようなものであり、考えやすい

図形をかくことで、形が１つに決まり、数学的に考えることができる

○∠Ａ＝60°、ＢＣ＝５㎝の△ＡＢＣをかいてみよう。

①変化する図形の中の規則性を見つける目を養うために、条件からは1つに決まらない三角形を考える。

① １つに決まらない図形は、どのようにとらえたらいいのだろう　１時

条件を満たす図形をかいたら正三角形になった

条件を満たす図形をかいたら直角三角形になった

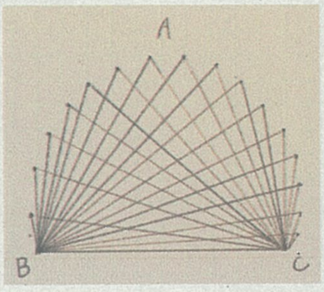
１つに決まらないので、いくつかのパターンに分けて考える

いくつか重ねてかいてみると、規則性が見えそうだ

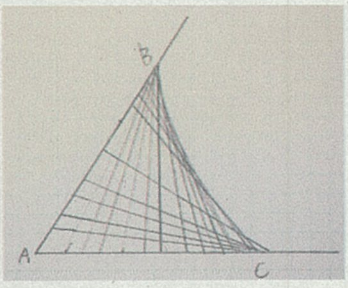
☆変化する図形の中で、規則性を見つける
○条件によって、頂点の位置に規則性があったり、角度が一定になったりすることに気づく

②円周角の定理を導くために、条件を工夫し、規則性を考察する場面を設定する。証明へと導くために、見つけた規則性が、いつでも成り立つのか問いかける。

② ＢＣ＝５㎝にして、点Ａの位置を∠Ａ＝60°となるようにとっていくと、弧をえがいているように見える



∠Ａを60°に固定して、ＢＣ＝５㎝となるように考えると、無限にかけそうだ



☆変化の中の不変のものを探すことから、条件による規則性をとらえ、まとめる

○円周角の定理の発見

③証明を完成させるために、何を根拠にしたのか問い直していく。証明の際には、あらゆる場合を考えるように、円周角と中心角の位置関係を意識するようにうながす。

③ 見つけた規則性は、本当に正しいといえるのか　２～４時

ＢＣ＝５㎝にしたとき、点Ａが円周上にあれば60°になりそうだが、中心はどこなのだろう

ＡＢ、ＡＣは０～５㎝の長さで変化すると考えたけれど、実際の変域はどうなるのだろう

１辺５㎝の正三角形の真ん中を中心Ｏ、半径を頂点までの距離とした円周上にあれば、∠Ａは常に60°で、中心角ＢＯＣは常に120°になりそうだ

実際にかいてみると、ＡＢ、ＡＣが明らかに５㎝より長くなるときがあり、∠Ｂか∠Ｃが90°のとき、一番長くなりそうだが、理由はよくわからない

★見つけた規則性が正しいことを証明しようとする

○円周角の定理の証明

④円周角の定理の証明をしていく段階で、円に内接する四角形の向かい合う角の和が180°であることに気づかせるために、円周角の頂点が弧上に来たときを考えるようにする。

円周角の定理を使えば証明できるが、円周角の定理が正しいことを証明しなければいけない

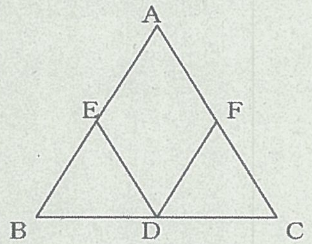
円周角と中心角がどこを表し、どのような関係にあるのかをはっきり証明する必要がある

④ 円周角の定理が正しいならば、向かい合う角の和が180°になる

円周角の定理をまとめておくとあとで活用できそう

１つに決まらない図形でも、いくつかかいていくと、規則性が見えてくる。見つけた規則性が正しいかどうか証明することで、これから定理として活用できる。規則性を見つけだし、証明することの意義、楽しさを実感し、他にも規則性を見つけたいと動きだす。

★他にも規則性がないか探し始める
○円に内接する四角形の向かい合う角の和は180°

⑤図形の多様な見方を養うために、変化する図形の中の規則性に目を向け、証明していく場面を設定する。	⑤ 他にも規則性を見つけてみたい　5～8時（本時７） ○正三角形ＡＢＣで辺ＢＣの中点をＤとし、△ＥＢＤと△ＦＤＣが正三角形になるように、それぞれ点Ｅ、Ｆをとり、このとき四角形ＡＥＤＦはどのような四角形になるか。 ○さらに、点ＤがＢＣ上を動く場合、ＢＣ上だけではない場合について、四角形ＡＥＤＦがどのような場合に、どのような四角形になるのか考えていく。  	☆変化する図形の中で、規則性を見つけ、証明する
	点ＤがＢＣの中点にあるときはひし形になりそうだ ひし形になる条件を考えれば、証明できるかな	
⑥１つに決まらない図形の変化を視覚的にとらえるために、条件にあった図形をかき、規則性を見つけていく。	⑥ 少なくとも平行四辺形にはなりそうだが、特別な場合があるのかもしれない たくさんかくのはたいへんだから、どうにかいい方法はないだろうか	○１つに決まらない図形の見方・考え方
⑦見つけた規則性が正しいことを確認したり、説明したりするときに、ipadや教材提示器が活用できるように準備しておく。	⑦ 点ＤがＢＣの垂直二等分線上にあるとき、四角形ＡＥＤＦは、ひし形になりそうだ 点Ｄが弧ＢＣ上にあるとき、四角形ＡＥＤＦは長方形になりそうだが、弧ＢＣの中心はどこだろうか 正方形は、ひし形と長方形の性質を併せもっているので、四角形ＡＥＤＦが正方形になるのは、２つの条件を合わせたときかな 四角形ＡＥＤＦができなくなってしまうときがある	☆変化の中の不変のものを探すことから、条件による規則性をとらえ、証明する
	図形が１つに決まらなくても、図形の動きを視覚的にとらえることで、規則性を見つけやすい。見つけた規則性は、証明していくことで図形への理解が深まるとともに、定理としてこれから活用していくことができる。	

４　本時の学習（７／８）

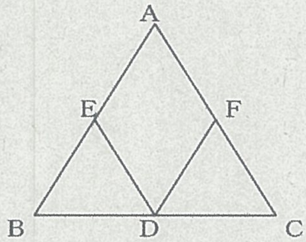
（１）授業前の子どもの姿

条件からは１つに決まらない図形について、視覚的にとらえることで、どのような図形になっているのかが見えてきた。少なくとも平行四辺形であることは証明できたが、ひし形や長方形などの特別な場合もありそうだ。条件を図にかいて考え、証明していきたい。

（２）構想

前時では、図にかくことによって四角形ＡＥＤＦが平行四辺形になると予想して、証明をしてきた。説明の際にはipadを活用して、わかりやすく確認ができた。本時では、平行四辺形にしかならないのか問い直していくことで、ひし形や長方形になる特別な場合の条件を考え、証明していく。図に表すことで、変化の様子を視覚的にとらえることができ、証明の一助となることを期待したい。また、ipadのよさを感じた子どもは、確認や説明のときに積極的に活用していくであろう。

四角形ＡＥＤＦがひし形や長方形になる条件を見つけ、証明した子どもたちは、正方形になる条件を考えようと動きだす。すべての場合を考え、証明することで、この１つに決まらない図形の姿が見えてくる。



（３）展開（４５分）

はたらきかけ	思い・考え（細枠）　問題意識（太枠）　学びの深め合い（点線枠）
①１つに決まらない図形の規則性を視覚的にとらえやすくするために、条件に合う図をかいていく。その図をもとに規則性を予想し、証明へとつなげて考える。	①　平行四辺形だけではなく、ひし形や長方形、正方形になる場合もあるぞ ・平行四辺形であることは証明できたが、加えてどんな条件を満たせば、ひし形や長方形になるのかを考えなければいけない ・ひし形や長方形になる場合の図をかいて、規則性を予想していけば、条件が見えてきそうだ ・図形を動かしても変わらない部分を見つけることで、条件が見えてくるはず ・ひし形や長方形、正方形の定義を考えて行く必要があるのではないか
②必要な子どもには、確認や説明の助けとなるように、ipadと教材提示器を準備する。	②　どのような場合に、どのような四角形になるのか、規則性を見つけたい（問題意識） 【学びの深め合い】 ・四角形ＡＥＤＦができなくなってしまうときもあるが、どのような場合かを考えなければいけない ・ipadを活用すれば、図形の変化の様子がよくわかるので、うまく活用してわかりやすく説明していきたい
③筋道を立てて考え、証明できるように、何を根拠としているのかを問い直していく。	③　点ＤがＢＣの垂直二等分線上にあるとき、四角形ＡＥＤＦはひし形になりそうだ ・ipadは、本当に正しいといえるのか ・点Ｄが弧ＢＣ上にあるとき、四角形ＡＥＤＦは長方形になりそうだが、弧ＢＣの中心がどこにあるのかな ・正方形はひし形と長方形の性質を併せもっているので、四角形ＡＥＤＦが正方形になるのは、点ＤがＢＣの垂直二等分線と弧ＢＣの交点にくるときではないかな （ここまで学びの深め合い） 見つけた規則性がいつでも成り立つことを証明していかなければいけない

（４）授業後の子どもの姿

１つに決まらない図形をとらえるためには、場合分けをして証明していく必要がある。図形を動かしても変わらないことを見つけ、規則性をとらえ、証明していくことの楽しさを実感した子どもは、新たな規則性を探そうと動きだす。