

## 1 単元 直線から生まれる曲線美 (関数Ⅲ)

## 2 単元の構想

## (1) めざす子どもの姿

実験のデータを数理でとらえ、その結果を根拠として、ものが落ちるといふ事象を説明していく。表や式、グラフに表すことで、数量関係を具体的にとらえ、様々な関係性が見抜けるようになる。

## (2) 数学科としての学び

本学級の子どもは、前単元「二次の未知数を求めよう」で、二次方程式を解く過程において、多様な見方、考え方で問題を解決することで論理的な思考が深まることを学んだ。しかし、問題解決の過程を自分なりにまとめているものの、伝える相手を意識したり、わかりやすく整理したりすることが十分ではない。

そこで、本単元では「自由落下」という日常にありふれた現象を取り上げ、数理をとらえ、数学の場面に置き換えていく。そして、その関係性や規則性を、表やグラフなどを用いて表現していく。さらに、体験として得た二次関数の基礎的な知識や技能をもとに、本当にそうなるのか思考し、その過程を友達に説明していく。友達とのかかわりから、自分の考えを深めたり広げたりし、新たな見方・考え方を獲得していく。

自由落下は当たり前の現象であり、正しいと思い込んでいるため、実験して正しいことを証明しようとしなない。しかし、本当にそうなるのか問い直すことで、説明や実験の見通しをもつであろう。そして、自由落下の定義を考えることで、関数についての知識がでてくる。この知識は教科書等の受け売りであり、子どもが自分のものにしていない。実際に実験をしながら、理想の数値に近づけるように工夫していくことで、関数について、経験として深く理解できると考えている。

実験を工夫し、データ処理をきちんと行えば、思考の根拠となる。さらに、表や式、グラフなどを適切に用いて思考過程を表現していくことで、論理的な思考を繰り返す、数理に迫っていくことができると考えている。

## (3) 「学んだこと」の価値を実感するためのはたらきかけ

ものが落ちることを分析し、説明していくために、目の前でビー玉を落とす。その事象の数理をとらえると、すぐに加速することに気づき、自由落下を考えるであろう。当たり前の発想だからこそ、本当に正しいといえるのか問い直していくことで、どのように説明していったらよいか自分なりの考えを構築していく。実際に実験をし、データ処理していく中で、実験の精度を上げる工夫をするために、話し合う場を設定する。より精度の高い実験で得られたデータは、思考の根拠となる。

実験データが根拠になると学んだ子どもは、表やグラフに表し、考察していこうとする。そして、放物線に出会う。形や式 ( $y = ax^2$ ) は知っていても、深く理解しているわけではない。そこで、放物線について、定義やその形、かき方などを問い直していくことで、関数  $y = ax^2$  についての理解を深めていくことができるであろう。

表や式、グラフに表すことで、数量関係をとらえることができると学んだ子どもは、生活の中から今までにない関数を探そうとする。数量関係を具体的にしていくことで、その数量関係をわかりやすく表現するためには、言葉や式、表やグラフなどを適切に用いることが必要であると感ずるであろう。



3 単元構想表 (14時間完了)

【第9時終了時】

想定される行動とはたらきかけ	<input type="checkbox"/> 思い・考え	<input type="checkbox"/> 願い	<input checked="" type="checkbox"/> 「学んだこと」	教科で重視すること
----------------	--------------------------------	-----------------------------	---	-----------

ものが落ちるとき、時間がたつと徐々に加速していく  
 低いところは大丈夫だが、高いところから飛び降りると痛い  
 加速し続けるならば、雨はものすごいスピードになるはずだが

①共通の土台でかわりがもてるように、実際にビー玉を落として見せる

① ビー玉が落ちるといふ事象をきちんと説明できるのか 1時～6時

実際に落として、時間や速さ、距離を計測すればわかる	実験は一人では難しいので、協力が必要である	どうしたらわかりやすく伝えることができるのか
---------------------------	-----------------------	------------------------

②実験の精度を上げる工夫を目を向けさせるために、互いの実験の利点、欠点を話し合う場を設定する

② そのままでは、きちんとした数値が計測できないのでは  
 似たような考えの人を探して、実験すればいい  
 結果を式化したり、表やグラフに表したりしてみればいい

斜めのレール上を転がす形で計測できるのではないか	思うようにいかないときには、友だちの意見が参考になる	$y = ax + b$ や $y = ax^2$ になるのか、放物線になるのか
--------------------------	----------------------------	--

実験で得られた根拠をもとに、グラフでとらえる

実験を工夫し、データ処理をきちんと行えば、思考の根拠となる

放物線とは、どのような曲線なのだろう 7時～12時 (本時10時)

放物線は、数学ではどのように定義されているのか	どのように考えたら放物線をきれいにかくことができるのか	放物線の形はどのようなになっているのか
-------------------------	-----------------------------	---------------------

③  $y = ax^2$  についての理解を深めていくために、放物線についての問い直しをしていく

③ 焦点と準線から等しい距離にある点の集合である  
 曲線ではなく、直線を用いてかくことはできないか  
 放物線は大きさが違うだけで形が同じではないか

生活の中から、今までにない数量関係を探す

表や式、グラフに表すことで、数量関係をとらえることができる

生活の中から、今までにない関数を探してみたい 13時～14時

郵便物の重さと料金の関係はどのように表現できるか	タクシーの走行距離と料金の関係はどのように表現できるか	電車の料金は、どのように決めているのだろうか
--------------------------	-----------------------------	------------------------

④言葉や式、表、グラフなどの表現を適切に用いるために、数量関係を具体的に示すようにする

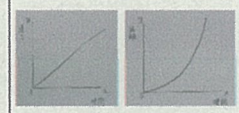
④ 階段状のグラフになるのか  
 一次関数とは少し違うので、表現方法を考える必要がある  
 使う量によってどのように変化するかをとらえたい

生活に生かす場面を考える

数量関係を具体的にとらえることで、関係性が深く理解できる

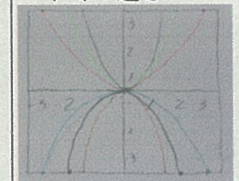
自分で確かめたデータを根拠として考えるとよい	数量関係から、数量が増えたときにどうなるか予想ができる	様々な関係があるので、様々な表現方法がある
------------------------	-----------------------------	-----------------------

- 関数  $y = ax^2$ 
  - ・式で表す
  - ・表で表す
  - ・グラフで表す
  - ・xの2乗に比例
  - ・比例定数



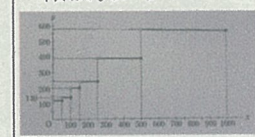
- 関数  $y = ax^2$  のグラフ
- ・放物線

- 放物線
  - ・放物線の軸
  - ・放物線の頂点
  - ・上に開いている
  - ・下に開いている
  - ・変域
  - ・変化の割合
  - ・最大値、最小値
  - ・平均の速さ



- 関数  $y = ax^2$  の利用

- いろいろな関数
- ・階段状グラフ



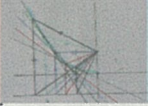
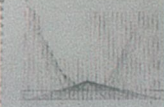

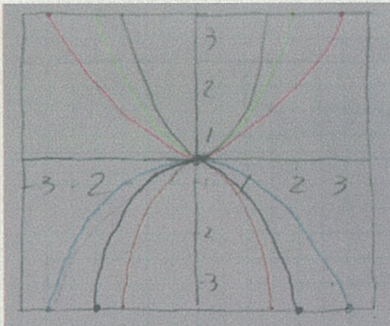


#### 4 本時の学習 (10/14)

##### (1) 授業前の子どもの姿

ものが落ちるとき、実験から時間と距離の関係はおおよそ  $y = ax^2$  になるとわかった。  $y = ax^2$  をグラフに表すと、放物線になる。放物線とは一体どのような曲線なのか、意見交流をしたい。

##### (2) 展開 (50分)

はたらきかけ	<input type="checkbox"/> 思い・考え <input type="checkbox"/> 願 <input checked="" type="checkbox"/> 学んだこと
<p>① 数学における放物線の定義を確認させる ↓ 放物線の性質について考えるものになる</p> <p>② 実際に放物線をかいていくときに、x座標とy座標が等しくなる点を意識させる ↓ 放物線が同じような形をしているのではないかということに気づく</p>	<p style="text-align: center;"><b>放物線とはどんな線なのか、自分の考えをみんなに聞いてほしい</b></p> <p style="text-align: center;">数学では、放物線は「1つの直線とその直線上にない1点から等しい距離にある点の集合」と定義されている</p> <p>① <math>y = ax^2</math> の座標をとっていくと放物線になる      式で表すと、<math>y = ax^2</math> や <math>y^2 = 4px</math> となる      焦点や準線とは何のことだろうか</p> <p style="text-align: center;">放物線を上手にかくためにはどうしたらいいのだろう</p> <p>定義に基づいて作図して座標をとっていけば、上手にかけるのではないかと            実際に、およその点をとればだいたいかけるのでいい</p> <p>直線ならばきれいなので、直線がかいていくことはできないかと            なるべく細かく点をとっていけばきれいにかけるはず</p> <p style="text-align: center;">放物線は、大きさが違うだけで、すべて同じ形なのではないか</p> <p>② 横に投げたときと斜め上に投げたときを考えれば、明らかに違うので、同じ形ではない            放物線というぐらいだから、ものを投げたときにできる線はすべて放物線で同じ形だ</p> <p>開き具合がまったく違うので、同じ形ではないはず            パラボラアンテナは、大きさは違っても同じような形をしているがどうだろう</p> <p>グラフをかいてみると、明らかに重ねることはできないので、形は違うはず      拡大縮小することで、ぴたりと重ねることができるのではないかと</p> <p style="text-align: center;">放物線の定義から、放物線を上手にかいていくことができた。さらに放物線について調べていくと、放物線はすべて同じ形をしているとわかった</p>

##### (3) 本時における「学んだこと」を行動につなげる子どもの姿

放物線がすべて同じ形をしていることに気づいた子どもは、それが本当に正しいのか根拠を探しだす。そして、2数の関係が曲線になっても、規則性があり、様々な性質をもっていることを理解した子どもは、放物線の性質をさらに追究しようと動きだす。